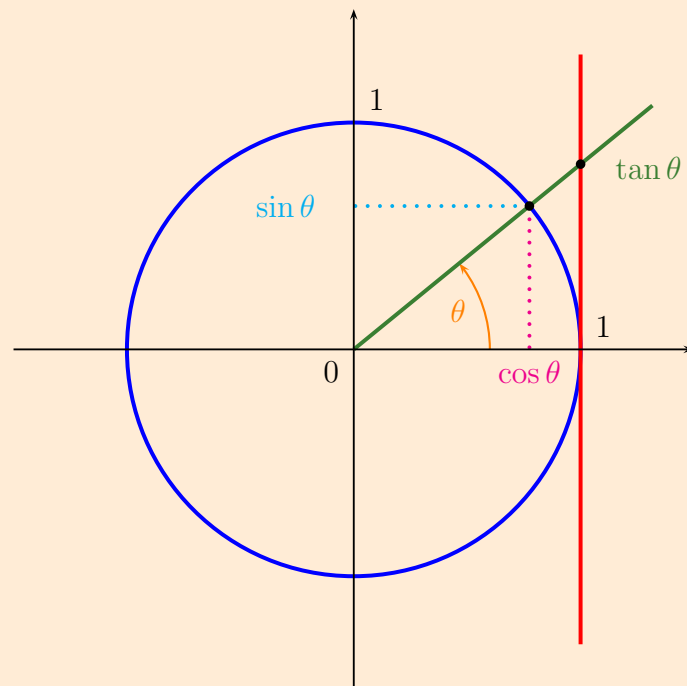


Formulaire de trigonométrie

Toutes les formules de trigonométrie peuvent se retrouver uniquement à l'aide des deux formules suivantes :

$$\forall \theta \in \mathbb{R}, \quad e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta \text{ et } \forall (\theta, \theta') \in \mathbb{R}^2, \quad e^{i\theta} \cdot e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}.$$



On dispose des formules :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \text{ et } \cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a, \quad \cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a, \quad \cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x, \quad \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x, \quad \cos(-x) = \cos x$$

$$\forall k \in \mathbb{Z}, \quad \sin(x + k\pi) = (-1)^k \cdot \sin x \text{ et } \cos(x + k\pi) = (-1)^k \cdot \cos x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \text{ et } \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\tan x}$$

$$\cos p \cdot \cos q = \frac{\cos(p - q) + \cos(p + q)}{2}, \quad \sin p \cdot \sin q = \frac{\cos(p - q) - \cos(p + q)}{2}$$

$$\sin p \cdot \cos q = \frac{\sin(p + q) + \sin(p - q)}{2}.$$

$$\forall x \in]0, +\infty[, \quad \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$$

$$\forall x \in [-1, 1], \quad \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

si $\theta \in \mathbb{R} \setminus (\pi + 2\pi \cdot \mathbb{Z})$ et $t = \tan \frac{\theta}{2}$, alors : $\cos \theta = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$, $\sin \theta = \frac{2t}{1 + t^2}$ et $\tan \theta = \frac{2t}{1 - t^2}$.

Les formules de trigonométrie hyperbolique se déduisent des formules précédentes grâce aux relations :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = -i \sin(ix) \text{ et } \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cos(ix).$$

La principale formule à retenir est :

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1.$$

On a également les formules exactes pour les fonctions argsh et argch :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \operatorname{argsh} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right) \text{ et } \forall x \in [1, +\infty[, \quad \operatorname{argch} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 - 1} \right).$$