

Nombres complexes - du 07 au 12 octobre -

Manipulations des nombres complexes

- construction de l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes à partir de l'ensemble $\mathbb{R}^2$; définition des opérations $+$ et $\times$ sur $\mathbb{R}^2$; parties réelle et imaginaire d'un complexe ; notations définitives avec $z = a + ib$, où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$
- conjugué d'un nombre complexe ; propriétés vis-à-vis des opérations $+$, $-$, $\times$ ou $/$; formules $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ et $\Im(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$; manipulation de sommes de la forme $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$ ou $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \sin(kx)$ par exemple
- module : définition ; propriétés vis-à-vis du produit ou du quotient (avec preuves)
- inégalité triangulaire ; étude du cas d'égalité (avec preuves)
- définition du groupe unimodulaire $\mathbb{U}$
- définition de l'exponentielle d'un nombre complexe par $e^{a+ib} = e^a \times (\cos b + i \sin b)$, où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$; propriété $\exp(z_1 + z_2) = \exp(z_1) \times \exp(z_2)$ [formule admise]
- formules de Moivre et d'Euler : applications : expression de $\cos(n\theta)$ et $\sin(n\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$; linéarisations de $\cos^n \theta$ ou $\sin^n \theta$ (avec preuves)
- formules de trigonométrie : $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin(a+b)$ et $\sin(a-b)$: savoir retrouver des simplifications de formules de la forme $\cos p \pm \cos q$ ou $\sin p \pm \sin q$; technique de la factorisation par l'arc moitié (avec preuves)
- équations trigonométriques de la forme $\cos \theta = \alpha$, $\sin \theta = \beta$ ou $\tan \theta = \gamma$: expression des solutions (avec preuves)
- résolution de l'équation $a \cos \theta + b \sin \theta = c$, où a , b et c sont donnés (avec preuve)
- arguments d'un nombre complexe non nul : définition modulo 2π : propriétés vis-à-vis du produit ou du quotient (avec preuves)

Équations algébriques complexes

- équations algébriques dans $\mathbb{C}$: racines $n^{\text{ème}}$ de l'unité : résolution de $z^n = 1$; résolution de $z^n = a$, d'inconnue $z \in \mathbb{C}$ (avec preuves)
- cas particulier de l'équation $z^2 = a$, d'inconnue $z \in \mathbb{C}$: principe de résolution en passant par les parties réelle et imaginaire (avec preuves)
- résolution de l'équation $az^2 + bz + c = 0$, d'inconnue $z \in \mathbb{C}$ (avec preuve)

Géométrie complexe

- nombres complexes et géométrie ; affixe de points du plan
- interprétation du module $|b - a|$ par la distance AB ; interprétation de l'argument $\arg\left(\frac{d-c}{b-a}\right)$ par l'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ (avec preuves)
- exemples de résolution de problèmes géométriques : lieu des points z tels que $\frac{z+1}{z+2i}$ soit imaginaire pur, soit un nombre réel (avec preuves)
- interprétations géométriques des transformations complexes $z \mapsto az+b$; notions de similitude directe ; calculs pratiques (avec preuves)
- interprétation de $z \mapsto \pm \bar{z}$ à l'aide des symétries (avec preuves)